

## Blatt 12

Abgabe bis Mittwoch, den 2. Februar 2011 um 12:00

Die Lösungen bitte im **Postfach** von Dr. Konrad Rieck abgeben und  
**elektronisch** an [konrad+lehre@mlsec.org](mailto:konrad+lehre@mlsec.org) senden.

## Neuronale Netze und Backpropagation

In dieser Übung soll der Backpropagation-Algorithmus implementiert werden, um ein neuronales Netz zu trainieren. Das Netz soll eine Eingabeschicht mit  $n$  Neuronen, eine versteckte Schicht mit  $k$  Neuronen und eine Ausgabeschicht  $m$  Neuronen besitzen. Die Gewichte des Netzes sollen durch einen stochastischen Gradientenabstieg optimiert werden (siehe Programmskelett).

### Aufgaben

1. Implementiere die Funktion `net_init`, die das Netz initialisiert (6 Punkte). Die Gewichte sollten zufällig aus einer uniformen Verteilung mit  $\mu = 0$  und  $\sigma = m^{-1/2}$  gezogen werden, wobei  $m$  die Anzahl der Eingänge jedes Neurons in einer Schicht ist.
2. Implementiere eine Funktion `net_forward`, die einen Eingabevektor  $x \in \mathbb{R}^n$  vorwärts durch das Netz propagiert (6 Punkte). Verwende als Schwellwertfunktion

$$s(x) = \tanh(x).$$

3. Implementiere eine Funktion `net_backward`, die den Fehler einer Vorhersage rückwärts durch das Netz propagiert und partielle Ableitungen berechnet (6 Punkte). Nutze hierfür die Ableitung der Schwellwertfunktion

$$s'(x) = 1 - s(x)^2.$$

4. Implementiere eine Funktion `net_update`, die die Gewichte des Netzes anpasst (6 Punkte). Die Anpassung wird über die Lernrate  $\eta$  gesteuert.
5. Teste Deine Implementierung mit dem XOR-Problem (6 Punkte). Untersuche den Einfluß von Lernrate und Anzahl von versteckten Neuronen auf das Lernen. Was passiert, wenn die Lernrate zu hoch oder zu klein ist?

### Tipps

Die Funktionen sollen eine Matlab-Struktur `N` nutzen, um das neuronale Netz zu repräsentieren und Zwischenergebnisse zu speichern. Es ist hilfreich, wenn Ihr folgende Felder verwendet

- `N.W1` Gewichtsmatrix zwischen Eingabeschicht und versteckter Schicht mit  $n \times k$ .
- `N.W2` Gewichtsmatrix zwischen versteckter Schicht und Ausgabeschicht mit  $k \times m$ .
- `N.Y0` Eingabevektor mit  $n$  Einträgen.
- `N.Y1` Ausgabe des Netzes nach der versteckten Schicht mit  $k$  Einträgen.
- `N.Y2` Ausgabe des Netzes nach der Ausgabeschicht mit  $m$  Einträgen.
- `N.D1` Partielle Ableitung an der versteckten Schicht mit  $k$  Einträgen.
- `N.D2` Partielle Ableitung an der Ausgabeschicht mit  $m$  Einträgen.

---

```

function sheet12

% Learning rate
rate = 0.05;

% Iterations of learning
iterations = 1000;

% Create XOR problem (2 dimensions + 1 bias dimension)
[X,Y] = create_data();

% Init network with 3 input, 5 hidden and 1 output neuron
N = net_init(3, 5, 1);

% Stochastic learning
for i = 1:iterations
    % Select random point
    j = ceil(rand() * length(Y));

    % Forward/backward pass
    N = net_forward(N, X(:,j));
    N = net_backward(N, Y(j));
    N = net_update(N, rate);

    % Store error at point j
    e(i) = mean((N.Y2 - Y(j)).^2);
end

clf; plot(e);
ylabel('Iterations');
xlabel('Mean squared error');

function [X,Y] = create_data()
X = [ 1 1; -1 -1; 1 -1; -1 1]';
Y = [ 1 1 -1 -1];
X = [X ; ones(size(Y))];

%%
% Initialize neural network
% Input:
%   n      Number of input neurons
%   k      Number of hidden neurons
%   m      Number of output neurons
% Output:
%   N.W1   Weight matrix (n x k)
%   N.W2   Weight matrix (k x m)
function N = net_init(n,k,m)
...

%%
% Forward pass through network
% Input:
%   N      Network structure
%   x      Input vector (1 x n)
% Output:
%   N.Y0   Input vector (1 x n)
%   N.Y1   Output at hidden layer (1 x k)
%   N.Y2   Output at output layer (1 x m)
function N = net_forward(N, x)
...

```

```

%%
% Backward pass through network
% Input:
%   N      Network structure
%   y      Target vector (1 x m)
% Output:
%   N.D2   Partial derivative at output layer (1 x m)
%   N.D1   Partial derivative at hidden layer (1 x k)
function N = net_backward(N, y)
...

```

```

%%
% Update the network weights
% Input:
%   N      Network structure
%   r      Learning rate
% Output:
%   N.W1   Updated weights
%   N.W2   Updated weights
function N = net_update(N, r)
...

```

---

Für Fragen zum Übungsblatte bitte in der Google Group <http://groups.google.com/group/ml-tu> registrieren und die Frage an die Mailingliste stellen.