

Maschinelles Lernen 1

Wintersemester 2010/2011

Blatt 1

Abgabe bis Mittwoch, den 3. November 2010 bei Konrad Rieck (FR 6061)

oder in sein Fach in FR6052.

1. **(15 Punkte)** In dieser Aufgabe sollen die Bayesformel für ein einfaches Beispiel von Hand ausgerechnet werden. Wir betrachten ein Problem mit zwei Klassen $Y = 1$ und $Y = 2$, sowie drei Objekten $X \in \{1, \dots, 3\}$.

Die Wahrscheinlichkeiten sind wie folgt definiert:

| $P(X Y)$ | $Y = 1$ | $Y = 2$ |
|----------|---------|---------|
| $X = 1$ | 0,8 | 0,2 |
| $X = 2$ | 0,1 | 0,7 |
| $X = 3$ | 0,1 | 0,1 |

Ferner ist $P(Y = 1) = 0,3$ und $P(Y = 2) = 0,7$. Berechne

- Die gemeinsame Verteilung $P(X, Y) = P(X|Y)P(Y)$.
 - Die Marginalverteilung $P(X) = \sum_{Y \in \{1,2\}} P(X, Y)$.
 - Die Posterior-Verteilung $P(Y|X)$.
2. **(15 Punkte)** Zeige, dass im allgemeinen Fall zweier gaussverteilter Klassen die optimalen Entscheidungsflächen als Nullfläche einer quadratischen Form geschrieben werden kann, d.h. die Entscheidungslinie kann durch eine Gleichung der Form

$$0 = x^\top Ax + b^\top x + c$$

mit $x \in \mathbb{R}^d$, $A \in \mathbb{R}^{d \times d}$, $b \in \mathbb{R}^d$, $c \in \mathbb{R}$ geschrieben werden.

Setze hierfür die Klassendichten

$$p(x; \mu_i, \Sigma_i) = (2\pi)^{-d/2} \det(\Sigma_i)^{-1/2} \exp\left(-\frac{1}{2}(x - \mu_i)^\top \Sigma_i^{-1}(x - \mu_i)\right)$$

für $i = 1, 2$ in die Diskriminanzfunktionen $g_i(x) = \log p(x; \mu_i, \Sigma_i) + \log \pi_i$ ein (π_i ist die Priorwahrscheinlichkeit für die Klasse i). Setze dann die Diskriminanzfunktionen gleich und forme um, bis eine Gleichung der obigen Form herauskommt.Wie lauten die Ausdrücke für A , b und c ?

Für Fragen zum Übungsblatte bitte in der Google Group <http://groups.google.com/group/ml-tu> registrieren und die Frage an die Mailingliste stellen.