Übung zur Vorlesung

Maschinelles Lernen 1

Wintersemester 2009/2010

Abteilung Maschinelles Lernen
Institut für Softwaretechnik und theoretische Informatik
Fakultät IV, Technische Universität Berlin
Prof. Dr. Klaus-Robert Müller
Email: klaus-robert.mueller@tu-berlin.de

Blatt 8

Abgabe bis Abgabe bis **Mittwoch, den 16. Dezember 2009, 14 Uhr**. Praktische Aufgaben per Email an mikio@cs.tu-berlin.de, handschriftliches an Mikio Braun (FR 6058, notfalls unter der Türe durchschieben).

Aufgaben

1. **p-Wert für den einseitigen Binomialtest (12 Punkte).** Man nehme an, es soll die Zuverlässigkeit von Transistoren geprüft werden. Der Hersteller macht die Angabe, dass ein neuer Transistor mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens $\pi_0 = 99.9\%$ ein Jahr lang unter standardisierten Bedingungen ausfallfrei betrieben werden kann. In einem großen Labor werden tausend solcher Transistoren unabhängig voneinander ein Jahr lang unter den vom Hersteller genannten standardisierten Bedingungen betrieben. Drei der Transistoren fallen dabei aus. Spricht dies signifikant gegen die Herstellergarantie? Zur Beantwortung dieser Frage bezeichne man die wahre Nichtausfallwahrscheinlichkeit eines Transistors des Herstellers in einem Jahr unter den standardisierten Bedingungen mit π und berechne den p-Wert für das Testproblem

$$H_0 : \{\pi \geq \pi_0\} \quad \text{versus} \quad H_1 : \{\pi < \pi_0\}.$$

   Implementiere hierzu die Funktion `one_sided_binominal`, die den p-Wert allgemein ausrechnet (d.h. die Funktion darf nicht nur auf diesen Spezialfall zugeschnitten sein! Die Funktion `binopdf` oder `binocdf` darf verwendet werden, aber keine bereits implementierte Version des Tests!)

   (Hinweis: Die Anzahl ausfallender Transistoren in einem Jahr unter den standardisierten Bedingungen in einer Stichprobe vom Umfang n ist unter der Annahme, dass die n Transistoren unabhängig voneinander betrieben werden, binomialverteilt mit Parametern n und $1 - \pi$.) **(10 Punkte)**

2. **p-Wert für den einseitigen Gaußtest (12 Punkte).** Wir betrachten das statistische Experiment $(\mathbb{R}, \mathcal{B}(\mathbb{R}), (\mathcal{N}(\vartheta, 1))_{\vartheta \in \mathbb{R}_{\geq 0}})$, wobei $\mathcal{B}(\mathbb{R})$ die Borel'sche σ-Algebra auf $\mathbb{R}$ bezeichnet. Zu testen sei

$$H_0 : \{\vartheta = 0\} \quad \text{versus} \quad H_1 : \{\vartheta > 0\}. \tag{1}$$

   Dazu liege die folgende Stichprobe vom Umfang $n = 15$ vor: $1.311, 1.136, 1.81, 0.827, -0.173, 0.351, -1.949, 0.973, 0.617, -0.091, -0.155, -0.581, 0.452, 0.879, 0.17$.

   (a) Berechnen Sie probabilistisch den p-Wert für das Testproblem (1) basierend auf der obigen Stichprobe. Implementiere hierfür `one_sided_gaussian`. Die Funktion `normcdf` darf verwendet werden, aber keine bereits existierende Version des Tests. **(10 Punkte)**

   (b) Implementieren Sie den in der Vorlesung vorgestellten Bootstrap. Ermitteln Sie den Bootstrap p-Wert für das Testproblem (1) basierend auf der obigen Stichprobe. Vergleichen Sie das Ergebnis mit dem Ergebnis aus Aufgabenteil (a). Implementiere dafür die Funktion `one_sided_gaussian_bootstrap`, die das Resamplingschema 2.1 aus dem Skript implementiert. **(10 Punkte)**

```
function sheet09

fprintf('p-Wert für k = 3, n = 1000, pi0 = 99.9%% = %f\n', ...
        one_sided_binominal(3, 1000, 0.999));

X = [1.311, 1.136, 1.81, 0.827, -0.173, 0.351, -1.949, 0.973, ...
     0.617, -0.091, -0.155, -0.581, 0.452, 0.879, 0.17];
```

```
fprintf('Exakter p-Wert für Daten (1) = %f\n', ...
        one_sided_gaussian(X));

fprintf('Boostrapped p-Wert für Daten (1), N = 9999 = %f\n', ...
        one_sided_gaussian_bootstrap(X, 9999));

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Your solutions below

% 1. Compute the p-value for a one-sided bionminal test.
%
% Input:
%   k: observed incidents
%   n: total number of samples
%   pi0: probability under H_0
%
% Note: you may use "binopdf" or "binocdf", but no built in test
% functions.
function P = one_sided_binominal(k, n, pi0)
% ...

% 2. Compute the exact one-sided Gaussian test for
%    mean 0 and variance 0.
%
% Input:
%   X: sample realizations
%
% Note: you may use "normcdf", but no built in test functions.
function P = one_sided_gaussian(X)
% ...

% 3. Compute a bootstrap estimate as in "Resamplingschema 2.1"
%
% Input:
%    X: sample realizations
%    B: number of boostrap samples
function P = one_sided_gaussian_bootstrap(X, B)
% ...
```

Für Fragen zum Übungsblatte bitte in der Google Group http://groups.google.com/group/mikiobraun-lehre registrieren und die Frage an die Mailingliste stellen.