

# Maschinelles Lernen 1

Wintersemester 2009/2010

## Blatt 1

Abgabe bis Donnerstag, der 22. Oktober 2009 in der Übung.

### Aufgaben

1. (15 Punkte) In dieser Aufgabe sollen die Bayesformel für ein einfaches Beispiel von Hand ausgerechnet werden. Wir betrachten ein Problem mit zwei Klassen  $Y = 1$  und  $Y = 2$ , sowie drei Objekten  $X \in \{1, \dots, 3\}$ .

Die Wahrscheinlichkeiten sind wie folgt definiert:

$P(X Y)$	$Y = 1$	$Y = 2$
$X = 1$	0,8	0,2
$X = 2$	0,1	0,7
$X = 3$	0,1	0,1

Ferner ist  $P(Y = 1) = 0,3$  und  $P(Y = 2) = 0,7$ . Berechne

- Die gemeinsame Verteilung  $P(X, Y) = P(X|Y)P(Y)$ .
  - Die Marginalverteilung  $P(X) = \sum_{Y \in \{1,2\}} P(X, Y)$ .
  - Die Posterior-Verteilung  $P(Y|X)$ .
2. (15 Punkte) Zeige, dass im allgemeinen Fall zweier gaussverteilter Klassen die optimalen Entscheidungsflächen als Nullfläche einer quadratischen Form geschrieben werden kann, d.h. die Entscheidungslinie kann durch eine Gleichung der Form

$$0 = x^\top Ax + b^\top x + c$$

mit  $x \in \mathbb{R}^d$ ,  $A \in \mathbb{R}^{d \times d}$ ,  $b \in \mathbb{R}^d$ ,  $c \in \mathbb{R}$ . geschrieben werden.

Setze hierfür die Klassendichten

$$p(x; \mu_i, \Sigma_i) = (2\pi)^{-d/2} \det(\Sigma_i)^{-1/2} \exp\left(-\frac{1}{2}(x - \mu_i)^\top \Sigma_i^{-1}(x - \mu_i)\right)$$

für  $i = 1, 2$  in die Diskriminanzfunktionen  $g_i(x) = \log p(x; \mu_i, \Sigma_i) + \log \pi_i$  ein ( $\pi_i$  ist die Priorwahrscheinlichkeit für die Klasse  $i$ ). Setze dann die Diskriminanzfunktionen gleich und forme um, bis eine Gleichung der obigen Form herauskommt.Wie lauten die Ausdrücke für  $A$ ,  $b$  und  $c$ ?

---

Für Fragen zum Übungsblatte bitte in der Google Group <http://groups.google.com/group/mikiobraunlehre> registrieren und die Frage an die Mailingliste stellen.