Übung zur Vorlesung

Maschinelles Lernen 2

Sommersemester 2010

Abteilung Maschinelles Lernen
Institut für Softwaretechnik und theoretische Informatik
Fakultät IV, Technische Universität Berlin
Prof. Dr. Klaus-Robert Müller
Dr. Mikio L. Braun, Dr. Konrad Rieck
Email: klaus-robert.mueller@tu-berlin.de

Blatt 12

Abgabe bis Montag, 5. Juli 2010, 13:00 Uhr bei Dr. Konrad Rieck (rieck@cs.tu-berlin.de)

1. **Simulieren eines Hidden-Markov-Modells (10 Punkte)**
   Schreibe ein Skript `hidden_coins.m`, welches das Werfen zweier Münzen simuliert, wobei nicht sichtbar ist, welche Münze aktuell verwendet wird.

   Die Münzen sollen Kopf jeweils mit den Wahrscheinlichkeiten 0,9 bzw. 0,5 erzeugen, und die Übergangswahrscheinlichkeiten zwischen den beiden Münzen sind durch die Matrix

   $$a = \begin{pmatrix} 0{,}1 & 0{,}9 \\ 0{,}5 & 0{,}5 \end{pmatrix}$$

   (d.h. a_{ij} ist die Wahrscheinlichkeit von Münze i zu Münze j zu wechseln) gegeben.

   Das Skript bekommt die Anzahl der zu erzeugenden Würfe übergeben und gibt zwei Vektoren zurück: einen, in dem die Münzwurfergebnisse enthalten sind (kodiert als 1 für Kopf und 0 für Zahl), sowie einen zweiten Vektor, der die gewählte Münze angibt (kodiert als 1 und 2).

2. **Der Viterbi Algorithmus (20 Punkte)** Implementiere den Viterbialgorithmus, der die wahrscheinlichste Abfolge von Zuständen für eine gegebene Sequenz und ein Modell berechnet. Schreibe eine Funktion `viterbi` mit der Signatur

   ```
   q = viterbi(A, b, p, o),
   ```

   die die Übergangswahrscheinlichkeiten `A`, Ausgabewahrscheinlichkeiten `b`, und Anfangsverteilung `p`, sowie die beobachtete Sequenz `o` übergeben bekommt und die Sequenz von Zuständen `q` zurückgibt.

   Wende den Algorithmus auf Sequenzen der Längen 5, 10, und 20 an, die Du mit dem in Aufgabe 1 geschriebenen Skript erzeugst. Gib jeweils 3 Resultate für jede Länge in der Datei `states.txt` ab (jeweils zwei Zeilen pro Sequenz, erste Zeile "`true: 1 1 1 2 ...`", zweite Zeile "`estimated: 1 1 2 2 ...`").

   (Für eine Zusammenfassung des Viterbi-Algorithmus, siehe Rückseite.)

Viterbi-algorithmus (siehe auch Rabiner, *A Tutorial on Hidden Markvo Models and Selected Applications in Speech Recognition*, Proceedings of the IEEE, Vol. 77, No. 2, 1989, Seite 264.)

- Variablen:

N	Anzahl der Zustände
M	Größe des Ausgabealphabets
T	Länge der Sequenz
a_{ij}	Übergangswahrscheinlichkeiten
$b_i(o)$	Wahrscheinlichkeit, in Zustand i Symbol o auszugeben
π_i	Wahrscheinlichkeit, in Zustand i zu beginnen.
o_t	Beobachtete Sequenz
q_t^*	wahrscheinlichste Zustandssequenz
P^*	Wahrscheinlichkeit für o_t gegeben q_t^*

- Initalisierung:

$$\begin{aligned} \delta_1(i) &= \pi_i b_i(o_1), \qquad 1 \le i \le N, \\ \psi_1(i) &= 0. \end{aligned}$$

- Rekursion:

$$\begin{aligned} \delta_t(j) &= \max_{1 \le i \le N} [\delta_{t-1}(i) a_{ij}] b_j(o_t), \qquad 2 \le t \le T,\ 1 \le j \le N \\ \psi_t(j) &= \operatorname*{argmax}_{1 \le i \le N} [\delta_{t-1}(i) a_{ij}], \qquad 2 \le t \le T,\ 1 \le j \le N. \end{aligned}$$

- Terminierung:

$$\begin{aligned} P^* &= \max_{1 \le i \le N} [\delta_T(i)], \\ q_T^* &= \operatorname*{argmax}_{1 \le i \le N} [\delta_T(i)]. \end{aligned}$$

- Back-Tracking:

$$q_t^* = \psi_{t+1}(q_{t+1}^*), \qquad t = T-1, T-2, \cdots, 1.$$

Für Fragen zum Übungsblatte bitte in der Google Group http://groups.google.com/group/mikiobraun-lehre registrieren und die Frage an die Mailingliste stellen.