Übung zur Vorlesung

# Maschinelles Lernen 1

Wintersemester 2008/2009

Abteilung Maschinelles Lernen
Institut für Softwaretechnik und theoretische Informatik
Fakultät IV, Technische Universität Berlin
Prof. Dr. Klaus-Robert Müller
Email: krm@cs.tu-berlin.de

## Blatt 13

Abgabe bis Mittwoch, 4. Februar 2009, 14:00 Uhr
Ausarbeitung im Sekretariat FR6052, oder bei Mikio Braun, FR6058 (notfalls unter der Tür durchschieben).

## Mercerkerne und Support-Vektor-Maschinen

1. Für $\lambda_1, \lambda_2, \ldots \in \mathbb{R}^{\geq 0}$ und Funktionen $\psi_1(x), \psi_2(x), \ldots : \mathcal{X} \to \mathbb{R}$ definieren wir die Abbildung

$$\begin{aligned} \mathcal{X} \times \mathcal{X} &\to \mathbb{R} \\ k(x, y) &= \sum_{i=1}^{\infty} \lambda_i \psi_i(x) \psi_i(y) \end{aligned}$$

Dabei sind die Werte $\lambda_i$ so gewählt, dass der Ausdruck auf der rechten Seite immer endlich ist. Zeige, dass für jede Wahl von Punkten $x_1, \ldots, x_n$ die Kernmatrix $K = (k(x_i, x_j))_{i,j=1}^n$ symmetrisch und positiv semi-definit ist. **(10 Punkte)**

2. Wir betrachten einen Polynomkern vom Grad $l \in \mathbb{N}$

$$k(x, y) = (\langle x, y \rangle + 1)^l.$$

mit $x, y \in \mathbb{R}^d$. Gib explizit einen Merkmalsraum (=Featureraum) $\mathcal{F}$ und eine Abbildung $\Phi : \mathbb{R}^d \to \mathcal{F}$ an, so dass

$$k(x, y) = \langle \Phi(x), \Phi(y) \rangle \ .$$

(Bei dieser Aufgabe könnten der Bionomial- und Multinomialkoeffizient

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}, \qquad \binom{n}{i_1, \ldots, i_r} = \frac{n!}{i_1! \cdots i_r!}, \text{ für } i_1 + \cdots + i_r = n.$$

hilfreich sein.) **(20 Punkte)**