

Maschinelles Lernen 1

Wintersemester 2008/2009

Blatt 1

Abgabe bis Mittwoch, 22. Oktober 2008, 13:00 Uhr
im Sekretariat FR6052, oder bei Mikio Braun, FR6058.

Aufgaben

1. **Ereignisse (10 Punkte)** In der Vorlesung wurde besprochen, wie Ereignisse mit Zufallsvariablen abgekürzt aufgeschrieben werden. Schreibe die folgenden Beispiele aus. (Zum Beispiel ist $\{X = k\} = \{\omega \in \Omega \mid X(\omega) = k\}$.) Großbuchstaben sind hier Zufallsvariablen.

- (a) $\{X \geq k\}$
- (b) $\{X > a \wedge X < b\}$. (\wedge steht für “und”)
- (c) $\{X > a \vee Y > a\}$. (\vee steht für “oder”)
- (d) $\{X + Y > a\}$.
- (e) $\{X > Y - Z\}$.

2. **Wahrscheinlichkeiten und Zufallsvariablen (20 Punkte)** In der Vorlesung wurde ein Wahrscheinlichkeitsraum für zwei Würfel diskutiert. Zur Erinnerung, der Raum der Ereignisse Ω war

$$\Omega = \{(i, j) \mid 1 \leq i, j \leq 6\}$$

mit

$$P(A) = |A|/36$$

für alle $A \subset \Omega$.

- (a) Betrachte die Zufallsvariable X , die die Summe der geworfenen Zahlen berechnet, also

$$X(\omega) = i + j, \quad \text{wenn } \omega = (i, j) \in \Omega.$$

Bestimme $\{X = k\}$ für $k \in \{2, \dots, 12\}$ und berechne die Wahrscheinlichkeiten. Berechne die Wahrscheinlichkeiten $P\{X = k\}$ für alle möglichen k , sowie den Erwartungswert und die Varianz von X .

- (b) Betrachte nun die Zufallsvariable

$$Y = \begin{cases} 1 & X \text{ ist prim.} \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Berechne die Ereignisse $\{Y = 1\}$ und $\{Y = 0\}$, die Wahrscheinlichkeiten $P\{Y = 1\}$ und $P\{Y = 0\}$, sowie den Erwartungswert und die Varianz von Y .